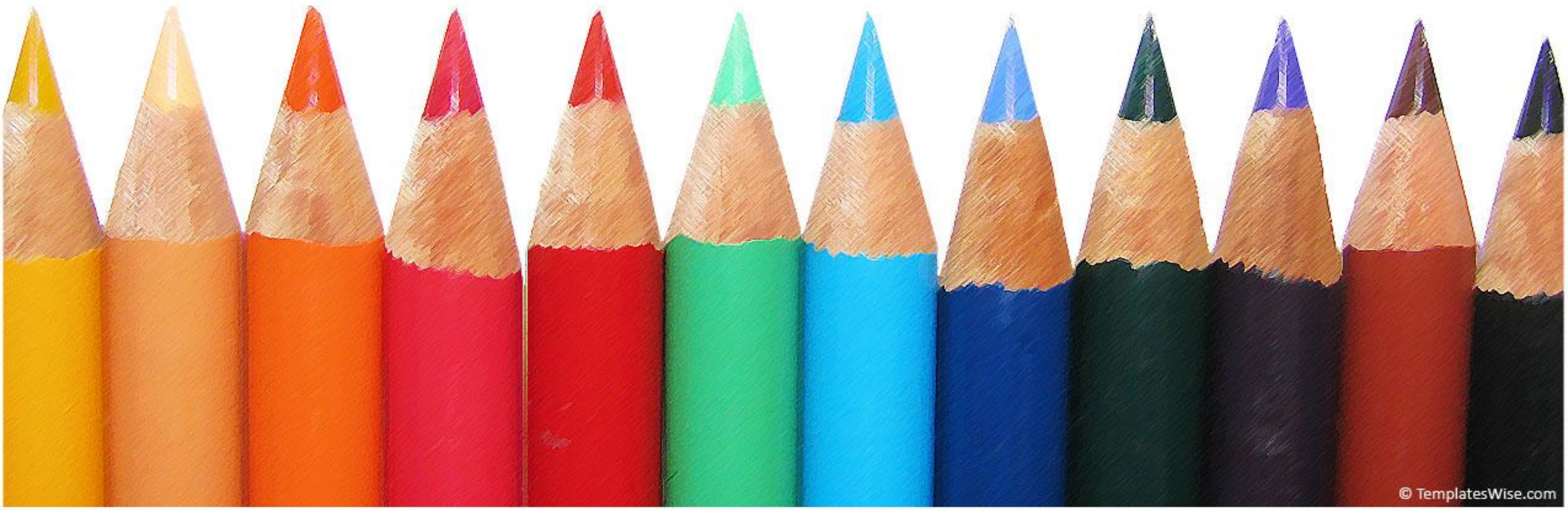
BAB 2
Alamanda

LINEAR PROGRAMMING:

METODE GRAFIK

Fungsi Tujuan Maksimasi dan Minimasi



Case-1 Ajisakti Furniture

Perusahaan Ajisakti Furniture yang akan membuat meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah $7,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah $5,-

Namun untuk meraih keuntungan tersebut Ajisakti Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 4 jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit kursi dia membutuhkan 3 jam kerja. Untuk pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 2 jam kerja, dan untuk pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 1 jam kerja. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per bulan sedang jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per bulan. Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan maksimum?

	Jam kerja untuk membuat 1 unit produk		Total waktu tersedia per minggu
	Meja	Kursi	
Pembuatan	4	3	240
Pengecatan	2	1	100
Profit per unit	7	5	

1. Fungsi Tujuan

Maksimisasi Z = \$7X1 + \$5X2

2. Fungsi Kendala

4 X1 + 3 X2 ≤ 240 (kendala departemen pembuatan)
2X1 + 1 X2 ≤ 100 (kendala departemen pengecatan)
X1 ≥ 0 (kendala non negatif pertama)
X2 ≥ 0 (kendala non negatif kedua)

Penyelesaian LP Secara Grafis

1. $4 X1 + 3 X2 = 240$ (ubah tanda pertidaksamaan)
2. Kendala I: $4 X1 + 3 X2 = 240$

   memotong sumbu X1 pada saat $X2 = 0$

   $4 X1 + 0 = 240$

   $X1 = 240/4$

   $X1 = 60.$

   memotong sumbu X2 pada saat $X1 = 0$

   $0 + 3 X2 = 240$

   $X2 = 240/3$

   $X2 = 80$

   Kendala I memotong sumbu X1 pada titik (60, 0) dan memotong sumbu X2 pada titik (0, 80).

3. Kendala II: $2 X_1 + 1 X_2 = 100$

memotong sumbu X_1 pada saat $X_2 = 0$

$2 X_1 + 0 = 100$

$X_1 = 100/2$

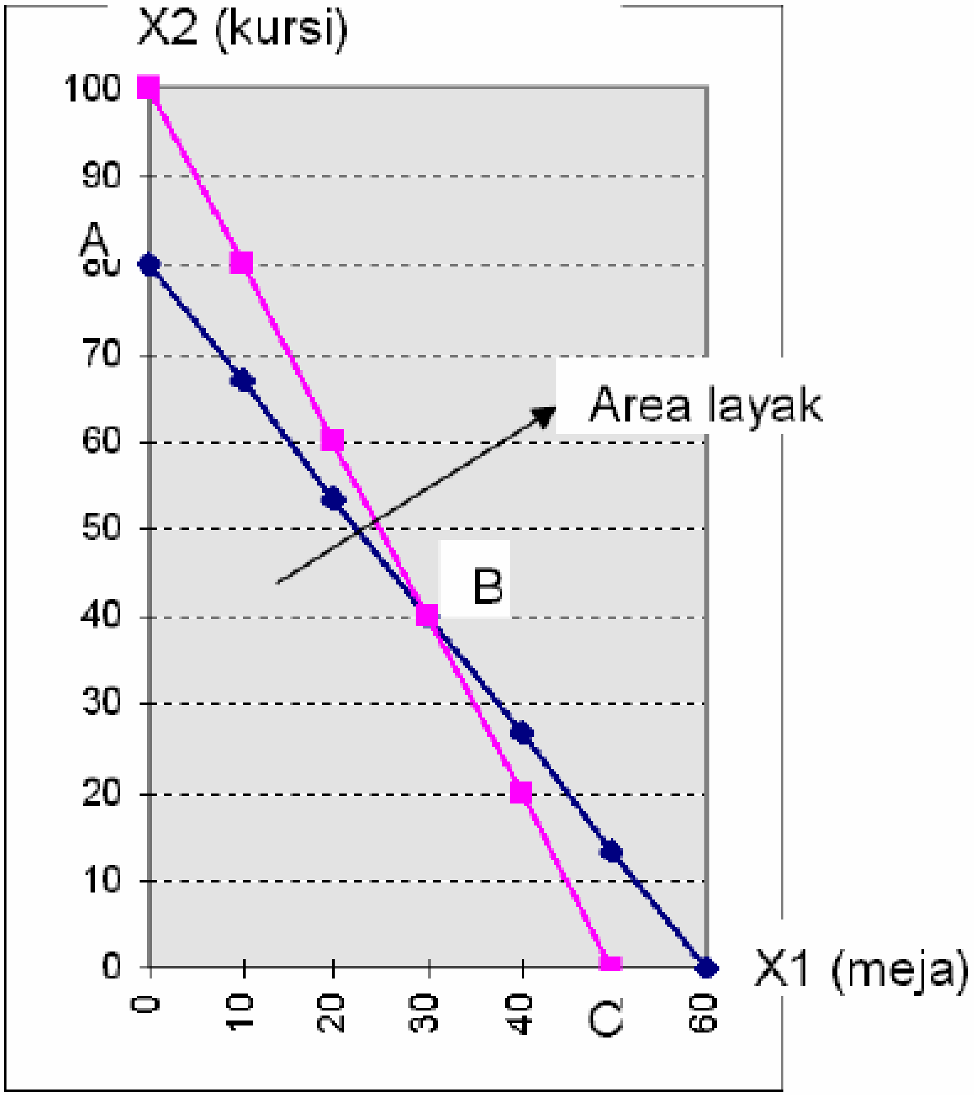
$X_1 = 50$

memotong sumbu X_2 pada saat $X_1 = 0$

$0 + X_2 = 100$

$X_2 = 100$

Kendala I memotong sumbu X_1 pada titik (50, 0) dan memotong sumbu X_2 pada titik (0, 100).



X2 (kursi)
100
90
A
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Area layak
B
X1 (meja)
0
10
20
30
40
C
60

Titik potong kedua kendala bisa dicari dengan cara substitusi atau eliminasi

$2 X_1 + 1 X_2 = 100$

$X_2 = 100 - 2 X_1$

$4 X_1 + 3 X_2 = 240$

$4 X_1 + 3 (100 - 2 X_1) = 240$

$4 X_1 + 300 - 6 X_1 = 240$

$- 2 X_1 = 240 - 300$

$- 2 X_1 = - 60$

$X_1 = -60/-2 = 30.$

$X_2 = 100 - 2 X_1$

$X_2 = 100 - 2 * 30$

$X_2 = 100 - 60$

$X_2 = 40$

Sehingga kedua kendala akan saling berpotongan pada titik (30, 40).

Tanda ≤ pada kedua kendala ditunjukkan pada area sebelah kiri dari garis kendala. Sebagaimana nampak pada gambar, *feasible region* (area layak) meliputi daerah sebelah kiri dari titik A (0; 80), B (30; 40), dan C (60; 0).

Untuk menentukan solusi yang optimal, ada dua cara yang bisa digunakan yaitu

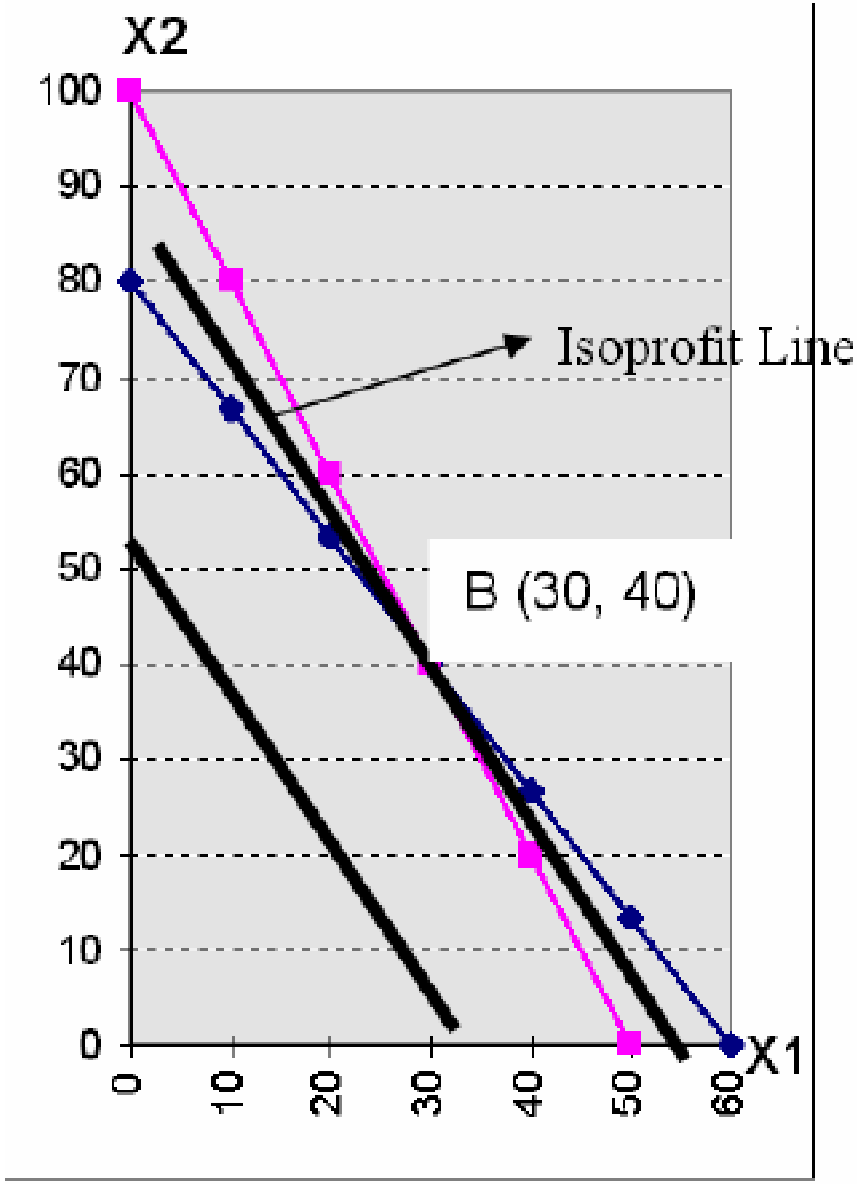
1. dengan menggunakan garis profit (iso profit line)
2. dengan titik sudut (corner point)

ISO PROFIT LINE

$X_1 = 30$ $X_2 = 40$ $Z = 410$

Artinya:bahwa keputusan perusahaan yang akan memberikan profit maksimal adalah memproduksi X1 sebanyak 30 unit, X2 sebanyak 40 unit dan perusahaan akan memperoleh profit sebesar 410.

Iso Profit Line



CORNER POINT

Dari Gambar, dapat dilihat bahwa ada 4 titik yang membatasi area layak, yaitu titik O (0, 0), A (0, 80), B (30, 40), dan C (50, 0).

Keuntungan pada titik O (0, 0) adalah (7 x 0) + (5 x 0) = 0.

Keuntungan pada titik A (0; 80) adalah (7 x 0) + (5 x 80) = 400.

Keuntungan pada titik B (30; 40) adalah (7 x 30) + (5 x 40) = 410.

Keuntungan pada titik C (50; 0) adalah (7 x 50) + (5 x 0) = 350.

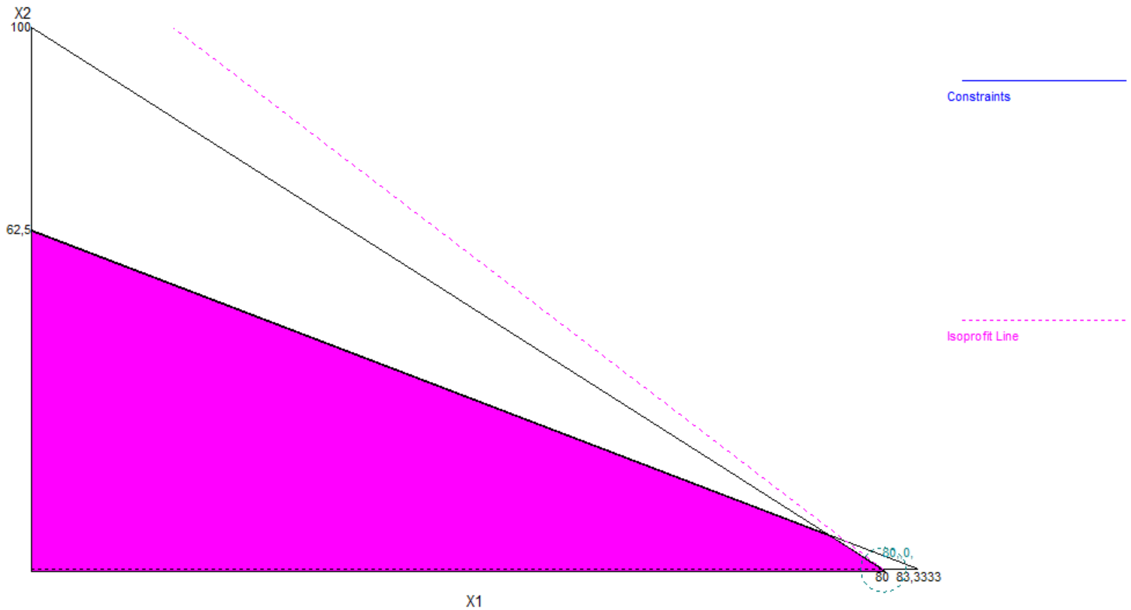
Karena keuntungan tertinggi jatuh pada titik B, maka sebaiknya perusahaan memproduksi meja sebanyak 30 unit dan kursi sebanyak 40 unit, dan perusahaan memperoleh keuntungan optimal sebesar 410

Case-2 Ajisakti Furniture

Perusahaan Ajisakti Furniture yang akan membuat meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah $9,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah $6,-

Namun untuk meraih keuntungan tersebut Ajisakti Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 5 jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit kursi dia membutuhkan 4 jam kerja. Untuk pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 3 jam kerja, dan untuk pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 4 jam kerja. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 400 jam per bulan sedang jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 250 jam per bulan. Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan maksimum?

	X1	X2		RHS	Dual
Maximize	9	6			
A	5	4	<=	400	1,8
B	3	4	<=	250	0
Solution->	80	0		720	



Constraint Display

- Max 9X1+6X2
- 5X1+4X2<=400
- 3X1+4X2<=250
- none

Corner Points

X1	X2	Z
0	0	0,
80	0	720,
0	62,5	375,
75	6,25	712,5

Case-3 Ajisakti Furniture

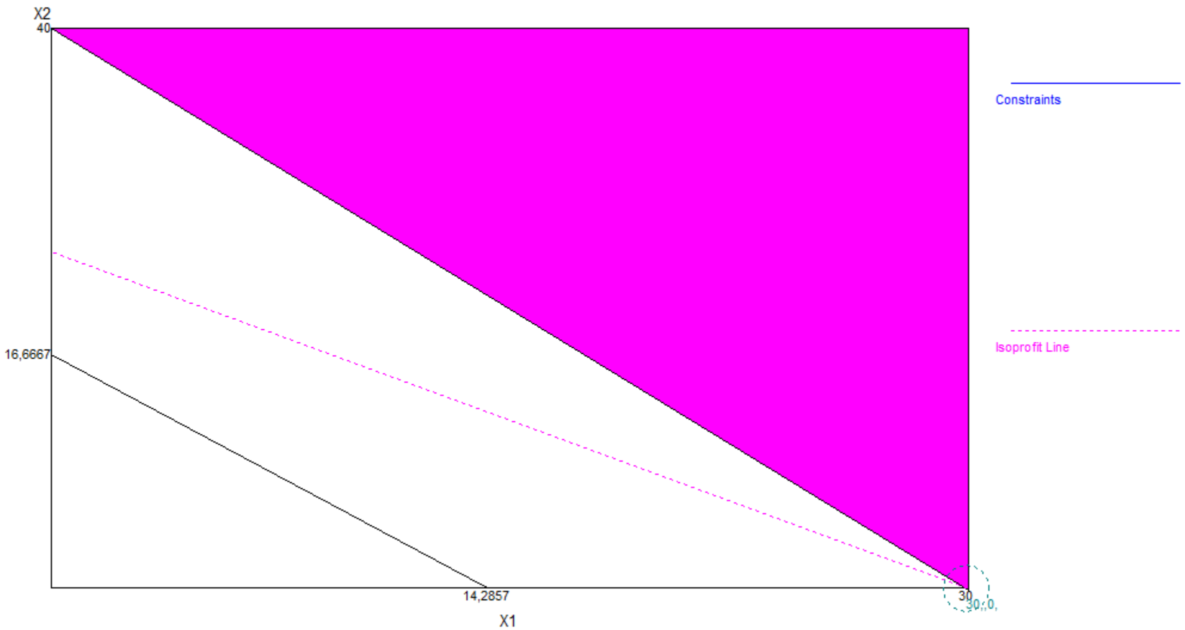
Diketahui Fungsi Minimasi

Fungsi Tujuan : 400X1+500X2

Fungsi Kendala:

8 X1 + 6 X2 ≥240
7X1 + 6 X2 ≥ 100
X1 ≥ 0 (kendala non negatif pertama)
X2 ≥ 0 (kendala non negatif kedua)

	X1	X2		RHS	Dual
Minimize	400	500			
A	8	6	>=	240	-50
B	7	6	>=	100	0
Solution->	30	0		12000	



Constraint Display

- Min 400X1+500X2
- 8X1+6X2>=240
- 7X1+6X2>=100
- none

Corner Points		
X1	X2	Z
0	40	20.000,
30	0	12.000,

Isu Teknis Dalam LP

Infeasibility adalah suatu kondisi dimana tidak ada area layak yang memenuhi semua kendala. Sebagai contoh Apabila kasus Aji Sakti Furniture ditambah *kendala* dari bagian pemasaran yang memberi syarat bahwa penjualan Meja minimal 60 buah dan penjualan Kursi minimal 60 buah, maka akibatnya tidak ada area layak (*feasible region)*. Kondisi seperti ini disebut *infeasibility*.

Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = $7X1 + $5X2.

Fungsi kendala :

$4 X1 + 3 X2 \leq 240$ (kendala departemen pembuatan)

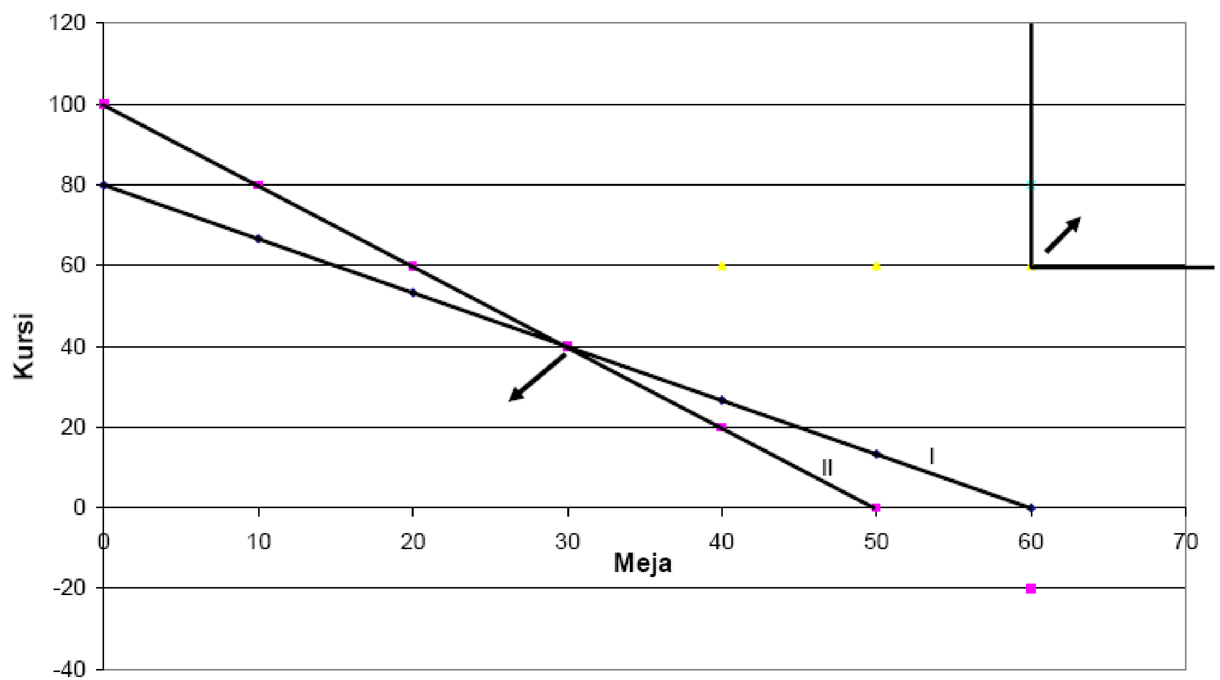
$2X1 + 1 X2 \leq 100$ (kendala departemen pengecatan)

$1 X1 \geq 60$

$1 X2 \geq 60$

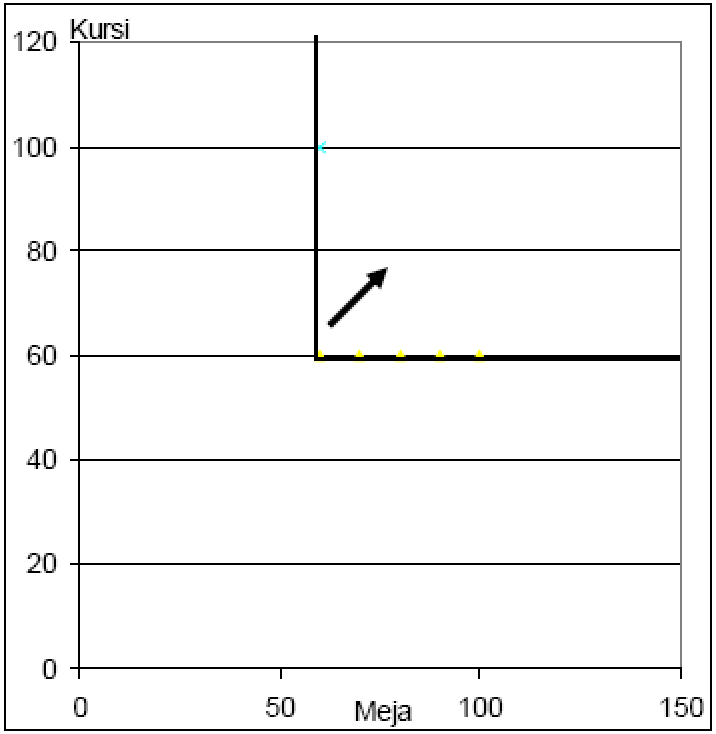
$X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$



Unboundeness

Unboundedness adalah suatu kondisi dimana area layak tidak terbatas. Kasus ini biasanya muncul pada fungsi tujuan maksimisasi. Misalkan saja Ajisakti Furniture lebih dahulu menentukan kendala dari pemasaran dan belum menentukan kendala dari segi operasi untuk assembling dan finishing. maka objective function menjadi tidak berhingga.



Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = \$7X1 + \$5X2.

Fungsi kendala :

$1 X_1 \geq 60$

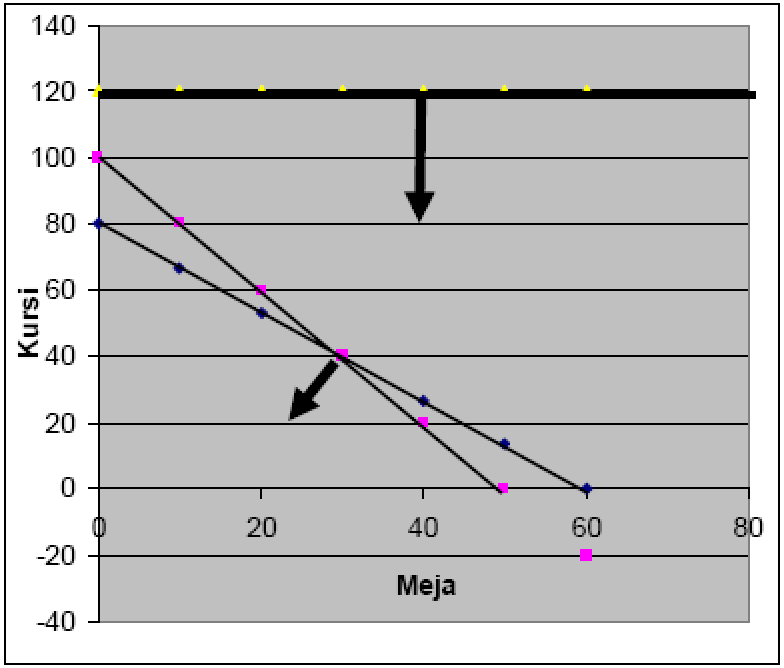
$1 X_2 \geq 60$

$X_1 \geq 0$ (kendala non negatif pertama)

$X_2 \geq 0$ (kendala non negatif kedua)

Redudancy

Redundancy. Constraint yang tidak mempengaruhi feasible region disebut redundant conctraint. Misalkan pada kasus Ajisakti Furniture, bagian marketing mengatakan bahwa tidak bisa menjual lebih dari 50 buah kursi, maka pernyataan ini disebut redundant. Karena kenyataannya, bagian produksi maksimal hanya bisa memproduksi 40 kursi



Alternatif Optima

Alternatif Optima adalah situasi dimana terdapat lebih dari satu solusi optimal. Hal ini akan terjadi apabila garis profit sejajar dengan salah satu kendala. Misalkan kita rubah profit margin untuk Meja dan Kursi pada kasus Ajisakti Furniture menjadi 8 dan 6. Garis profit ini jika kita gambarkan akan sejajar dengan kendala I karena kemiringannya sama. Solusi optimalnya terletak sepanjang garis AB. Jadi solusi optimalnya bisa terletak pada alternatif I X1 = 0 dan X2 = 80 atau X1 = 30 dan X2 = 40 atau kombinasi lain sepanjang garis AB.

Fungsi tujuan :

Maksimisasi Z = \$8X1 + \$6X2.

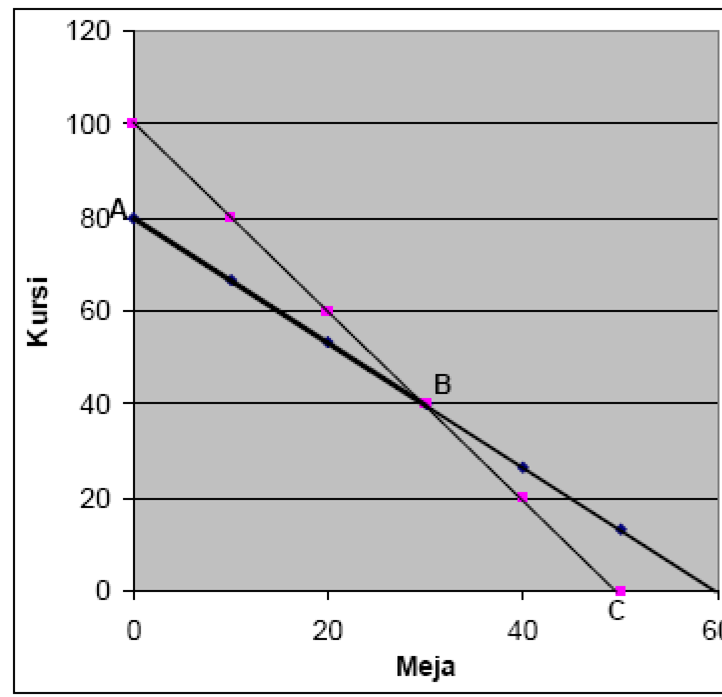
Fungsi kendala :

4 X1 + 3 X2 ≤ 240 (kendala departemen pembuatan)

2X1 + 1 X2 ≤ 100 (kendala departemen pengecatan)

X1 ≥ 0 (kendala non negatif pertama)

X2 ≥ 0 (kendala non negatif kedua)



Minimasi

	X1	X2		RHS	Equation form
Minimize	15	7			Min 15X1 + 7X2
A	3	4	>=	150	3X1 + 4X2 >= 150
B	5	4	>=	50	5X1 + 4X2 >= 50